

## Felszín alatti víztartók elektromos formatényezője és hidrogeológiai paraméterei

Ujfaludi László

EKF Fizika Tanszék

**Abstract.** Electrical formation factor and the hydrogeological parameters of aquifers. Relationship between electrical formation ( $F_a$ ) factor and hydraulic conductivity of aquifers ( $K$ ) has extensively been studied since the 1960s. On the basis of a great number of laboratory and field tests it can be stated that: (i) the  $K=f(F_a)$  function is not a unique one and, additionally it may have a variable (ascending or descending) trend; (ii) within a well defined hydrogeological formation the empirical relationship between  $F_a$  and  $K$  is a unique function and it can reliably be used for the estimation of  $K$  values. A detailed analysis—based on literature and own laboratory tests—proved that the  $K=f(F_a)$  and the  $K=f(n)$  functions (where  $n$  is the porosity) exhibit an opposing trend: if any of them is increasing the other is decreasing and vice versa. Analysis of Pfannkuch's model and the classical Kozeny–Carman model proved that this is simply a consequence of the mathematical formulation of the above models. Using this specific relationship fine structure of aquifer materials can be determined from the field data of  $F_a$  and  $K$ .

### Bevezetés

A vízzel telített szemcsés kőzetekben lejátszódó áramlásos (advektív) tömegtranszport az elektromos töltéstranszport jelenségeivel sok rokon vonást mutat. A jelenségek között fennálló analógia a leíró egyenletek matematikai hasonlóságában is szembetűnő (Bear, 1972).

A talajvízmozgások alapegyenlete a Darcy-törvény:

$$(1) \quad \mathbf{v} = -K \operatorname{grad} h,$$

ahol  $\mathbf{v}$  az áramlás középsebessége,  $K$  a szivárgási tényező,  $h$  a piezometrikus nyomás.

A pórusokban történő áramvezetésre az Ohm-törvény differenciális alakja érvényes:

$$(2) \quad \mathbf{i} = -k \operatorname{grad} U,$$

ahol  $i$  az elektromos áramsűrűség,  $k$  a fajlagos elektromos vezetőképesség,  $U$  az elektromos potenciál.

A felismert analógia két irányban is ösztönzőleg hatott. Az ún. elektromos analóg modellek Pavlovskij munkássága nyomán (Bear, 1972) legalább ötven évig a talajvíz-modellezés leghatékonyabb eszközei voltak. Másrészt az 1960-as évektől foglalkozni kezdtek a felszín alatti víztartókban lejátszódó különböző transzportfolyamatok kapcsolataival. Ennek gyakorlati hangsúlyt ad az a lehetőség, hogy viszonylag olcsó eljárásokkal olyan fontos paramétereket határozhatnak meg, amelyek hagyományos mérési módszerei költségesek. Például: olcsó felszíni elektromos szondázással következtetni lehetne a felszín alatti víztartó rétegek szivárgási tényezőjére, amelynek hagyományos módon (pl. próbaszivattyúzással) történő meghatározása igen költséges.

Az (1) Darcy-törvényben szereplő  $K$  szivárgási tényező meghatározása általában kísérleti úton történik: laboratóriumban a helyszínről vett minták átáramoltatásos vizsgálata, terepen próbaszivattyúzások útján. A  $K$  értékét laza, szemcsés közetekre becsülhetjük a talajfizikai adatok alapján is, a Kozeny—Carman-egyenlet segítségével (Kovács, 1972, Bear, 1972):

$$(3) \quad K = c_0 T \frac{g}{\nu} \frac{n^3}{(1-n)^2} \frac{D_h^2}{\alpha^2},$$

ahol  $c_0$  empirikus állandó,  $T$  az ún. tortuozitás (zegzugosság),  $g$  a gravitációs gyorsulás,  $\nu$  a folyadék kinematikai viszkozitása,  $n$  a minta hézagterfogata,  $D_h$  a minta hatékony szemcseátmérője,  $\alpha$  a szemcsék alaktényezője. A tortuozitás definíció szerint:

$$(4) \quad T = \left( \frac{l}{l'} \right)^2 < 1,$$

ahol  $l$  a minta hossza,  $l'$  az áramlási pályák átlagos hossza a szemcsék között.

A szemcsés anyag fajlagos felülete (az egységnyi térfogatú mintában lévő szemcsék összes felülete) kétféleképpen számítható ki:

(a) a kísérletileg meghatározott szivárgási tényező alapján:

$$(5) \quad S_p = \sqrt{c_0 T \frac{n^3 g}{K \nu}},$$

(b) a talajfizikai adatok alapján:

$$(6) \quad S_p = (1 - n) \frac{\alpha}{D_h}.$$

Az elektromos vezetés ugyanabban a pórusrendszerben történik, mint az áramlás. Az áramlás általában a teljes póruskeresztmetszetre kiterjed; ugyanígy az elektromos vezetés is, ha a pórusfolyadék elektromos vezetőképessége nagy. Kis vezetőképességű (nagy ellenállású) pórusvíz esetén azonban az áramvezetés a szemcsék vékony felületi rétegére korlátozódik. Ennek az ún. felületi vezetésnek a magyarázata az, hogy a folyadékban elhelyezkedő szilárd szemcsék — víz, ill. ásványi közet szemcsék esetén — negatív felületi töltéssel bírnak. Emiatt az ellentétes töltésű ionok a szemcsék felületének közelében koncentrálódnak, tehát egy felületi kettősréteg alakul ki. Ennek közvetett hatásaként a folyadékban szabad töltések jönnek létre, amelyek elektromos tér hatására mozgásba jönnek (az elektrooszmózis és az elektroforézis esetén), vagy a szilárd-, ill. a folyadékfázis relatív elmozdulásakor maguk létesítenek elektromos teret (az áramlási és az ülepedési potenciál esetén).

A jelenségkör kvantitatív elemzésével a kettősréteg különböző elméletei foglalkoznak. A Helmholtz-féle elmélet merev, kötött kettősréteget tételezett fel; a korszerű elméletek (Gouy—Chapman—Stern) már mozgékony, diffúz kettősréteget vizsgálnak (Shaw, 1986).

## 2. Összefüggések keresése

Az első jelentős kísérletet a szemcsés közetek elektromos és hidraulikai jellemzői közötti kapcsolat feltárására Archie tette. Empirikus egyenlete (Archie, 1942) nagy sótartalmú, vízzel telített szemcsés közetek  $F$  elektromos formatényezője és  $n$  hézagterfoglata között az alábbi összefüggést adja meg:

$$(7) \quad F = an^{-m},$$

ahol  $a$  a pórusgeometriára jellemző tényező (laza, szemcsés közetekre  $a \approx 1$ ),  $m$  a cementáltsági tényező ( $m = 1,8$ — $2,0$  konszolidált üledékekre,  $m = 1,3$  laza üledékes közetekre).

Az elektromos formatényező ( $F$ ) definíciója Archie (1942) szerint:

$$(8) \quad F_a = \frac{\rho_a}{\rho_f},$$

ahol  $\rho_a$  és  $\rho_f$  a folyadékkal telített közetminta, ill. a kitöltő folyadék fajlagos elektromos ellenállása. (Az  $a$  index jelentése: apparent = látszólagos.) A minta ún. belső (intrinsic) formatényezője:

$$(8a) \quad F_i = \left( \frac{\rho_a}{\rho_f} \right)_{\rho_f \rightarrow 0}$$

Ez utóbbi akkor áll elő, ha a közenszemcsék pórusait igen nagy vezetőképességű (kis ellenállású) folyadék tölti ki. A két alaktényező közötti különbség oka nyilvánvalóan a felületi vezetés, amely kis vezetőképességű pórusfolyadék esetén jelentős.

A belső formatényező, valamint a hézagterfogat és a tortuozitás között Cornell és Katz (in: Pfannkuch, 1969) összefüggése érvényes:

$$(9) \quad F_i = \frac{1}{nT}.$$

Pfannkuch a felületi és a térfogati vezetés leírására fizikai alapokon nyugvó modellt dolgozott ki, amelynek feltételezése szerint a folyadékkal (elektrolittal) telített szemcsés közegben lévő három különböző típusú elektromos ellenállás: a folyadék ellenállása ( $R_f$ ), a szilárd szemcsék ellenállása ( $R_{sz}$ ) és a határfelületi réteg ellenállása ( $R_s$ ) egymással párhuzamosan kapcsolódik (Pfannkuch, 1969), és az eredő ellenállás a párhuzamos ellenállások kapcsolásának szabálya szerint:

$$(10) \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_{sz}} + \frac{1}{R_s}.$$

A modell másik alapfeltevése, hogy a belső formatényező, valamint a hézagterfogat és a tortuozitás között Cornell és Katz (1953) már idézett összefüggése érvényes.

A fentiekből kiindulva és felhasználva a szemcsés közeg elektromos vezetésére korábban más szerzők által kifejlesztett elméleti modelleket, az alaktényezők, valamint az elektromos és hidraulikai paraméterek kapcsolatára Pfannkuch az alábbi egyenletet vezette le:

$$(11) \quad F_a = \frac{F_i}{1 + \frac{k_{sz}}{k_f} \frac{1-n}{n} \left( \frac{l'}{l_{sz}} \right)^2 + \frac{k_s}{k_f} S_p},$$



ahol  $l'$  az áramnak a folyadékon keresztül haladó (zegzugos) úthossza,  $l_{sz}$  a szilárd szemcséken áthaladó áram úthossza,  $k_f$ ,  $k_{sz}$  és  $k_s$  a megfelelő fajlagos vezetőképességek, a többi jelölés megegyezik a korábbiakkal. (A modell részletes ismertetését ld. Ujfaludi, 2000.) A (11) egyenlet nevezőjének második tagja a szilárd szemcsék, a harmadik tagja a felületi réteg vezetését fejezi ki. Ha a szilárd szemcsék anyaga tökéletes szigetelőnek tekinthető, vagyis  $k_{sz} = 0$ , akkor az egyenlet az alábbi, egyszerűbb alakban írható:

$$(12) \quad F_a = \frac{F_i}{1 + \frac{k_s}{k_f} S_p}.$$

Az  $S_p$  fajlagos felület kifejezhető, ha az összes többi paraméter ismert; ekkor a  $K$  szivárgási tényező az (5) vagy (6) egyenlet alapján kiszámítható. Kulcsparaméter a  $k_s$  felületi vezetés, amelynek kiszámításához Pfannkuch Bikerman egyenletét ajánlja, amelyben gyakorlati esetekben jórészt ismeretlen vagy nehezen meghatározható paraméterek szerepelnek (részletesen ld. Ujfaludi, 2000).

### 3. Terepi empirikus kapcsolatok

Alger (1966) elsők között vizsgálta szemcsés anyagú víztartókban az elektromos formatényezők és a szivárgási tényező kapcsolatát, furatok karotázs méréseinek eredményeit felhasználva.

Kelly (1977) glaciális víztartók vizsgálata során felszíni elektromos szondázás és próbaszivattyúzások eredményei alapján vizsgálta a  $K = f(F)$  függvénykapcsolatot, és növekvő trendet állapított meg.

Mazavc és Landa (1979) a korábbi Csehszlovákiában szemcsés víztartókban próbaszivattyúzások és felszíni elektromos szondázás alapján a  $K = f(F)$  kapcsolatra csökkenő trendet tapasztalt. Hasonló eredményre jutott Heigold (1979) glaciális eredetű szemcsés víztartó rétegekben próbaszivattyúzások és felszíni elektromos szondázás eredményei alapján. Empirikus formulája:

$$(13) \quad K = AF^B,$$

ahol  $A$  és  $B$  állandó ( $B$  negatív). Az általa vizsgált víztartóban a pórusvíz fajlagos ellenállása állandó volt, ezért az  $F$  formatényező helyett elegendő volt a  $\rho_a$  látszólagos fajlagos ellenállás figyelembevétele, ezzel a fenti egyenlet:

$$(14) \quad K = A_1 \rho_a^B.$$

Urish (1981) átfogó vizsgálataiban terepi és laboratóriumi mérések eredményét dolgozza fel és értékeli. Glaciális eredetű víztartók elektromos és hidraulikai paramétereit vizsgálta próbaszivattyúzási és felszíni elektromos szondázási adatok alapján. Ezen kívül laboratóriumi vizsgálatokat is végzett olyan homokmintákkal, amelyekben növekvő szivárgási tényezőhöz csökkenő hézagterfogat tartozott. (Urish tanulmányában Kézdi könyvét idézi, akinek geostatisztikai vizsgálatai szerint a felszín alatti víztartók jelentős részében ez a trend érvényesül). A tanulmány több értékes megállapítást tartalmaz, ezek a következők:

— A  $K = f(F)$  kapcsolatról azonos hézagterfogatú minták esetén — saját és mások tapasztalati alapján — megállapítja, hogy az „gyenge”, vagyis a szivárgási tényező több nagyságrend változása esetén is a formatényező csak kis mértékben változik.

— Ugyanakkor vizsgálatai szerint a  $K = f(F)$  kapcsolat érzékeny a hézagterfogat változásaira. Azoknál a mintáknál, ahol növekvő  $K$  értékhez csökkenő  $n$  értékek tartoztak, a fenti függvénykapcsolat markánsan növekvő trendet mutatott.

— Terepi mérései alapján megállapítja, hogy a  $K = f(F)$  kapcsolat megbízhatóan csak egy geológiailag egységes régió különböző helyszíneinek kvalitatív összehasonlítására alkalmas. Vagyis egy adott területre érvényes empirikus kapcsolat nem vihető át változtatás nélkül egy másik területre.

Gálfi és Liebe (1981) nagyszámú terepi fúróluk szondázásának eredményei alapján empirikus kapcsolatot állapított meg a vízáadó rétegek  $\rho_a$  látszólagos fajlagos ellenállása, valamint szivárgási tényezője, ill. transzmisszibilitása között. Több mint kétszáz kút figyelembevételével a következő empirikus összefüggést állapították meg a szivárgási tényezők és a fajlagos elektromos ellenállások között:

$$\log K = 2 \log \rho - 7,03$$

ahol  $\rho$  értéke  $\Omega\text{m}$ -ben értendő,  $K$  értékét  $\text{m/s}$ -ban kapjuk. A fenti egyenlet Heigold (13) egyenletéhez hasonló formába átírható, a kapott trend azonban itt növekvő. (Megjegyezzük, hogy a fenti empirikus egyenlet egy nagy szórású adathalmaz kiegyenlítő függvénye.)

Nagyistók (1982) számos megjegyzést fűzött Gálfi és Liebe fenti tanulmányához. Felhívja a figyelmet arra, hogy a hidraulikai és elektromos paraméterek kapcsolatának megállapításakor figyelembe kell venni a pórusvíz

kémiai összetételét, ez gyakorlatilag a  $\rho_f$  fajlagos ellenállás figyelembevételét jelenti. A hivatkozott Gálfi—Liebe cikkben nincs konkrét utalás arra, hogy a pórusfolyadék fajlagos ellenállása állandó lett volna, ami indokolná, a (13) helyett a (14) típusú egyenlet használatát. Nagyistók tanulmányában számos dél-alföldi példát említ, ahol az említett feltétel nem teljesül.

Kosinsky és Kelly (1981) glaciális eredetű víztartókat vizsgált felszíni elektromos szondázással, a kapott formatényezőket a szivárgási tényezőkkel összevetve, markánsan növekvő  $K = f(F)$  kapcsolatot kapott.

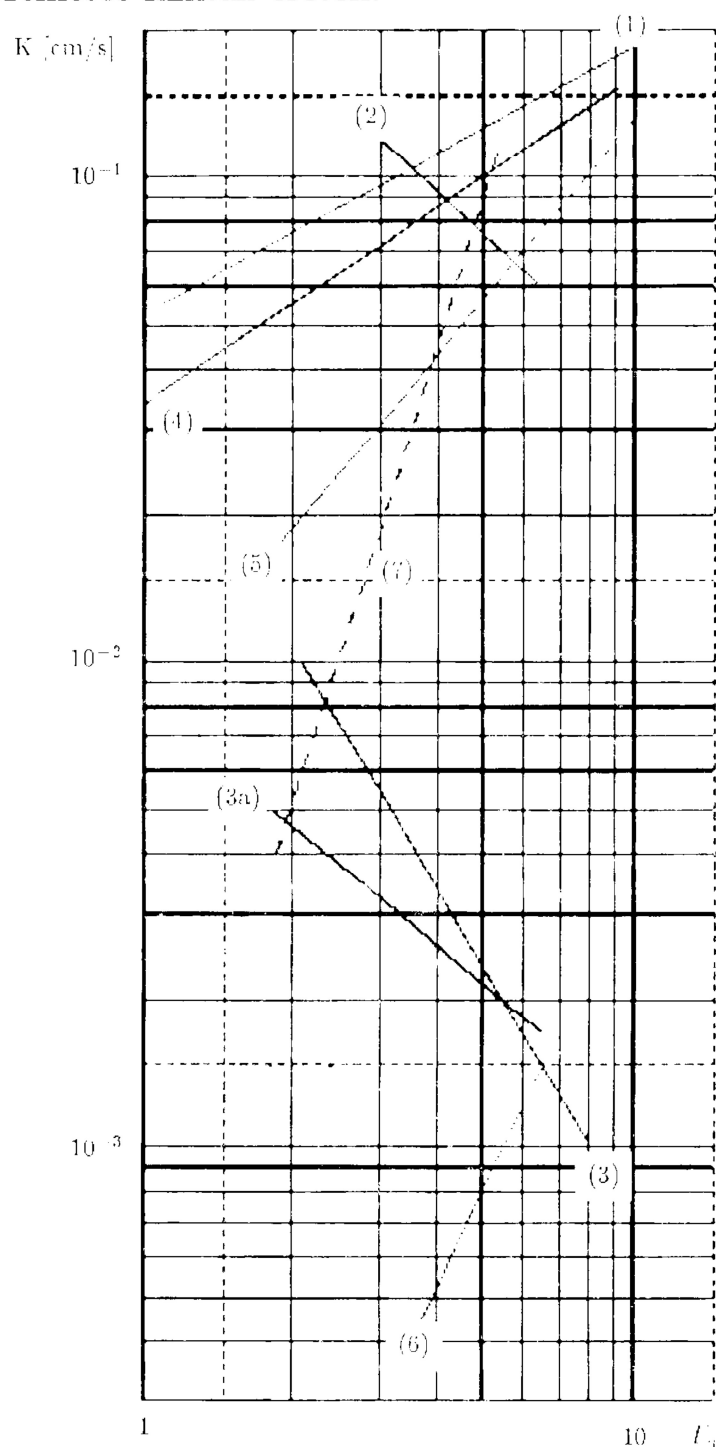
Mazavc és munkatársai (1985) részletesen elemzik az elektromos és hidraulikai kapcsolatra kapott addigi eredményeket. Megállapítják, hogy (szemcsés anyagú víztartók esetén) a kapcsolat jellegét a közettípus, a szemcseméret-eloszlás és a hézagterfogató egyaránt befolyásolja. A cikkben a szerzők idézik Shackley és Garber 1953-ban a Mississippi-völgyben alluviális homokmintákon végzett kísérleti eredményeit. Az idézett szerzők markánsan növekvő  $F = f(K)$  kapcsolatot észleltek, míg a minták növekvő  $K$  értékeihez csökkenő  $n$  értékek tartoztak. A  $K = f(F)$  kapcsolat komplex jellegénél fogva a kapott eredmények mindig helyspecifikusak, ezért mindig szükség van helyszíni kalibrációra. Az agyag jelenléte alapvetően módosítja a viszonyokat, ezért a szerzők külön foglalkoznak annak hatásával.

Kwader (1985) fúrólukak elektromos szondázása alapján vizsgált  $F_a = f(K)$  kapcsolatokat különböző geológiai eredetű víztartó rétegekben. A vizsgált esetekben növekvő  $K$  értékek esetén növekvő formatényező értékeket kapott és a korreláció elég szoros volt. A növekvő trendet érvényesnek találta a víztartók széles tartományában: laza szemcsés üledékekben, harmadkori karbonátos víztartókban stb. Általában markáns trendeket tapasztalt szemcsés anyagú (homok, dolomit) víztartókra, de nem volt megbízható trend repedezett, karsztos mészkövekre. Fontos tapasztalata, hogy pl. karbonátos kőzetekben alacsony fajlagos ellenállású ( $\approx 0,3 \Omega\text{m}$ ) pórusvizekre is érvényes trendeket talált, de ugyanígy magas fajlagos ellenállású ( $\approx 100 \Omega\text{m}$  pórusvizekre is. Megállapítja, hogy a pórusvíz nagy vezetőképessége esetén a formatényező számítására megbízhatóan alkalmazható a (7) Archie-egyenlet.

A fent idézett közlemények empirikus  $K = f(F)$  kapcsolatait az 1. ábrán foglaljuk össze.

Huntley (1986) rámutat az elektromos szondázás alapján történő  $K$ -meghatározás előnyeire: ugyanannyi idő alatt, amíg egy hagyományos próbaszivattyúzás elvégezhető, tíz elektromos szondázást lehet elvégezni. Különböző homokmintákon laboratóriumi vizsgálatokat végzett ( $K$ -mérés és  $F_a$ -mérés); a minták nagy része azonos szemcseméretű, néhány minta kevert szemcsés volt. A  $K = f(F)$  függvénykapcsolatra kapott empirikus eredményei alátámasztják azt a korábban már említett tapasztalatot, hogy a kap-

csolat nem szignifikáns azonos szemcseméretű mintákra, de jellegzetesnek látszik kevert szemcsés minták esetén.



1. ábra

A  $K=f(U^*)$  empirikus kapcsolatok különböző szerzők terepi és laboratóriumi mérései alapján

- (1) Kelly (1977); (2) Heigold (1979); (3) Masac and Landa (1979);  
 (3a) Masac et al. (1985); (4) Urish (1981) terepen; (5) Kosinsky and Kelly (1981);  
 (6) Kwader (1985); (7) Urish (1981) laboratóriumi minták

Az utóbbi évtizedben a  $K = f(F)$  összefüggés vizsgálatával a korábbinál jóval kevesebb közlemény foglalkozik, néhány, a témához kapcsolódó tanulmány azonban említésre méltó.

Kalinsky és mások (1993) hidraulikai vizsgálatok és felszíni elektromos szondázás alapján geostatistikai módszereket alkalmaztak egy nagykiterjedésű víztartó réteg vizsgálatára és egy agyagos vízzáró réteg helyének meghatározására.

Evans (1995) repedezett kőzetek áramlási csatornáinak hidraulikai elemzését végezte el elektromos vezetőképesség-mérések adatai alapján.

Cassiani és Medina (1997) egy metamorf eredetű repedezett kőzet víztartóban felszíni elektromos szondázás és próbaszivattyúzások eredményei alapján vizsgálta a fajlagos ellenállás és a transzmisszibilitás közötti kapcsolatokat. Értékelésük során a kettős korrelációs számítás (co-kriging) módszerét alkalmazták. Az eredmény: csökkenő  $K = f(F)$  kapcsolat, meglehetősen nagy szórással és bizonytalan korrelációs kapcsolattal. A bizonytalanságok okait a szerzők a geológiai szerkezet szabálytalanságának és az agyagtartalom zavaró hatásának tulajdonítják.

Az 1. ábrán közölt empirikus kapcsolati vonalak alapján megállapítható, hogy a  $K = f(F)$  függvény nem egyértékű (vagyis egyazon  $F$ -értékhez több különböző  $K$ -érték tartozhat, tehát  $F$  értékének ismerete önmagában nem elegendő  $K$  becsléséhez.)

#### 4. Laboratóriumi kísérletek

A továbbiakban homogén üveggolyók és viszonylag homogén homokminták laboratóriumi mérései alapján vizsgáltuk a hidraulikai és az elektromos kapcsolat jellegét. A minták jellemző adatait az 1. táblázatban közöljük.

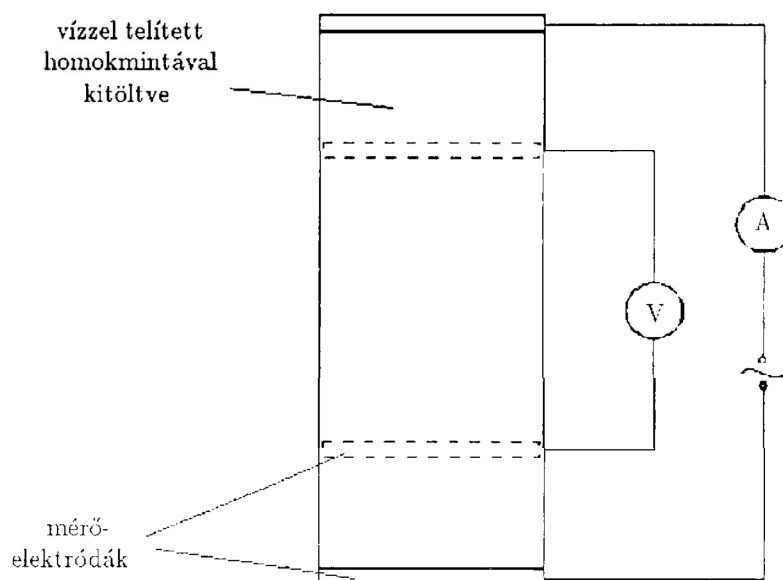
1. táblázat

Jel	$D_{50}$ [cm]	$D_h$ [cm]	$\alpha$ [—]	$n$ [—]	$K$ [cm s <sup>-1</sup> ]	$S_p$ [cm s <sup>-1</sup> ]
G1	0,3		6	0,387	5,26	15,2
G2	0,125		6	0,414	1,85	28,6
G3	0,04		6	0,447	0,193	98,7
H1	0,12	0,102	11,5	0,387	0,240	68,8
H2	0,12	0,102	11,2	0,405	0,304	65,3
H3	0,058	0,050	13,8	0,367	0,031	175
H4	0,017	0,012	9,4	0,391	0,0052	475

A G1, G2, G3 jelű minták egyenlő átmérőjű üveggolyók, a H1, H2, H3, H4 jelű minták agyagmentes kvarchomokok. Látható, hogy a H1 és a H2

minta talajfizikai adatai csaknem azonosak; a finomabb részletekben azonban különböznek. H1 szürke, H2 enyhén vöröses színezetű volt, ami vas-oxidtartalomra utal, továbbá a mikroszkópi vizsgálat szerint H1 szemcséi porózus, H2 szemcséi sima felületűek voltak. A szivárgási tényezőt a klasszikus módszerrel, víz átáramoltatásával határoztuk meg. A szemcsék alaktényezőjét mikroszkópi alakvizsgálat alapján a Kovács (1972) által megadott módszerrel becsültük. Az  $S_p$  értékeket az (5) formula alapján, a szivárgási tényező mérési eredményeinek felhasználásával számítottuk.

A minták elektromos formatényezőjét a 2. ábrán vázolt henger alakú mérőcellában határoztuk meg. Pórusfolyadék-ként különböző koncentrációjú NaCl-oldatokat használtunk. A négy elektródával végzett mérés a polarizáció kiküszöbölését célozta; ez az összeállítás a négy elektródás felszíni elektromos szondázás laboratóriumi megfelelője. A fajlagos ellenállás méréseit elvégeztük a tiszta elektrolitokra, majd az ugyanezekkel telített homokmintákra. A látszólagos elektromos formatényezőket a (8) formula alapján számítottuk. A fajlagos ellenállásméréseket a terepi szondázáshoz hasonlóan alacsony frekvenciájú váltóárammal végeztük.



2. ábra

Az elektromos formatényező meghatározására használt mérőberendezés vázlata

A kísérleti eredmények alapján kapott  $K = f(F)$  kapcsolatok a 3. ábrán láthatók. Homokmintákra a függvénykapcsolat láthatóan bizonytalan; ráadásul a talajfizikailag csaknem azonos H1 és H2 minták közötti eltérés  $k_f$  csökkenésével egyre nő. A két minta közötti eltérés oka valószínűleg az összetétel és a szemcsefelület minőségének már említett különbségéből

adódik. Az üveggyolyókra egyértelműen növekvő trend adódott, a pórusfolyadék vezetőképességétől függetlenül, bár a trend eléggé „gyenge”. Az 1. táblázatból látható, hogy a golyók hézagterfogata csökken a szivárgási tényező növekedésével, hasonlóan az Urish (1981) által vizsgált mintákhoz, a  $K = f(F)$  kapcsolat is hasonlóan alakul (1. ábra). A homokminták hézagterfogatában viszont nincs észlelhető trend és a  $K = f(F)$  kapcsolat trendje is bizonytalan; ez szintén megegyezik több idézett szerző, valamint más szerzők tapasztalatával.

## 5. A $K = f(F)$ modellek értékelése

### Empirikus modell

Heigold (1979) korábban már idézett cikkében Archie nagyszámú víztartóra végzett vizsgálata alapján megállapította, hogy azokban a hézagterfogat és a szivárgási tényező között egyenes arány állt fenn. Archie adatai alapján Heigold az  $n$  és  $K$  értékek közötti empirikus kapcsolatot az alábbi alakban adja meg:

$$(15) \quad K = c_1 n^{c_2},$$

ahol a függvény növekvő jellege miatt  $c_1$  és  $c_2$  pozitív. Az Archie-féle (7) egyenletből a hézagterfogatra az alábbi kifejezés adódik:

$$(16) \quad n = a^{\frac{1}{m}} F^{\frac{-1}{m}}.$$

Ezt behelyettesítve és figyelembe véve, hogy egy adott formációban  $a$  és  $m$  állandó, (15) így írható:

$$(17) \quad K = AF^{-\frac{c_2}{m}},$$

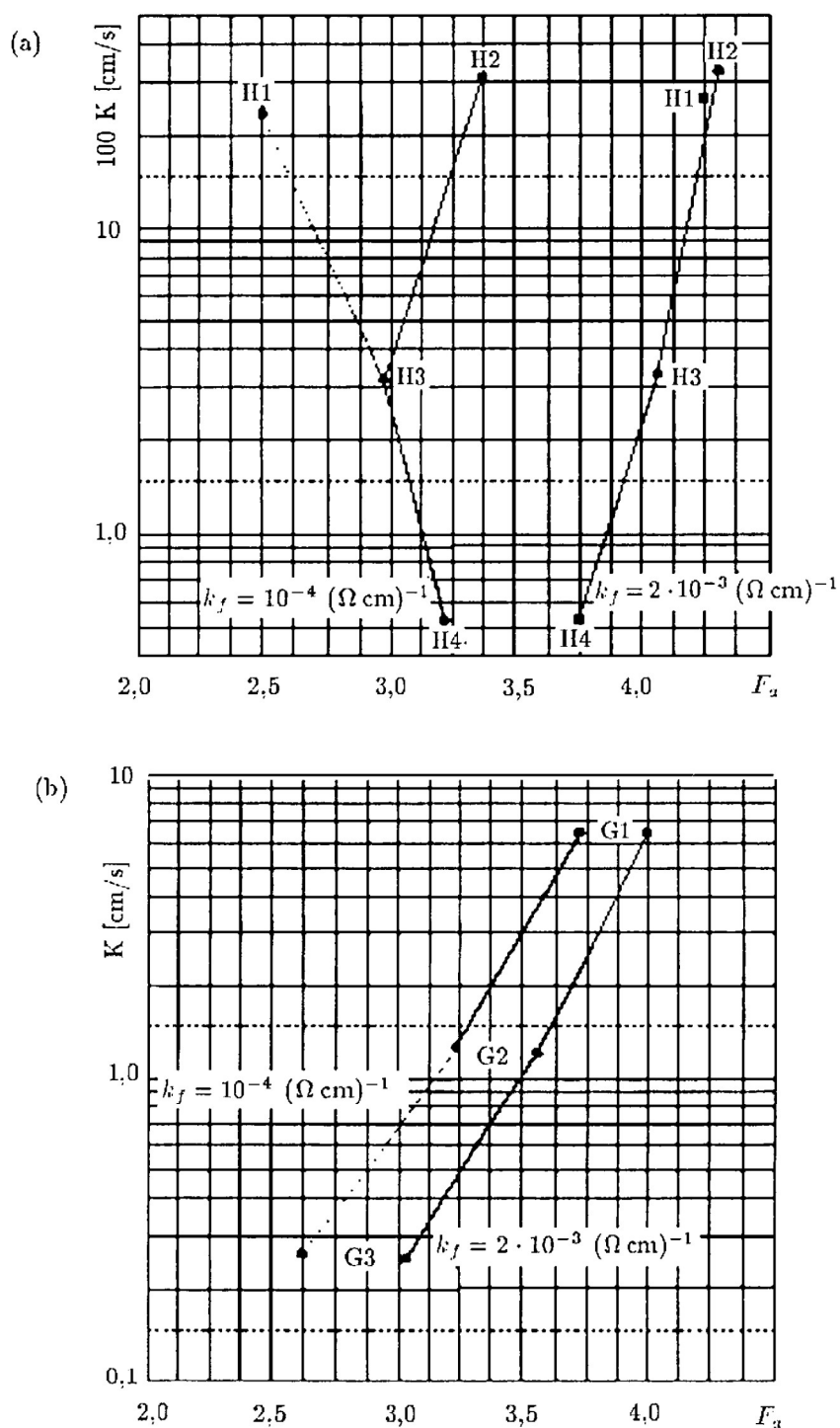
ahol

$$A = c_1 a^{\frac{c_2}{m}},$$

és  $A$  pozitív állandó.

A (17) kifejezés lényegileg a már idézett (13) egyenlettel azonos, de itt részletesebb kifejtésben. Mivel  $c_2$  és  $m$  egyaránt pozitív, innen következik, hogy  $F$  kitevője negatív, vagyis  $F$  növekedésével  $K$  értéke csökken.

Hasonló gondolatmenettel belátható, hogy ha növekvő  $K$  értékekhez csökkenő  $n$  értékek tartoznak, akkor a (15) egyenletben  $c_2$  negatív, vagyis a (17)-ben  $F$  kitevője pozitív, tehát  $F$  növekedésével  $K$  is nő.



3. ábra

A  $K=f(F)$  kapcsolatok a laboratóriumi mérések alapján

(a) homokminták, (b) üveggolyók

### Pfannkuch modellje

A (12) Pfannkuch-egyenletbe beírva Cornell—Katz (9) egyenletét és a fajlagos felület (6) kifejezését:



$$(18) \quad F_a = \frac{1}{nT + n(1-n)T \frac{k_S}{k_f} \frac{\alpha}{D_h}}.$$

Alkalmazzuk a következő jelölést:

$$B = \frac{k_S}{k_f} \frac{\alpha}{D_h}.$$

Ezzel a (18) egyenlet:

$$(19) \quad F_a = \frac{1}{nT + Bn(1-n)T}.$$

A fenti egyenlet tulajdonképpen az  $F_a = f(n)$  függvénykapcsolatot fejezi ki. A (3) egyenlet viszont a  $K = f(n)$  függvénykapcsolat leírása; ebből matematikailag előállítható az  $n = f(K)$  függvény. Az összetett függvények differenciálási szabályát figyelembe véve, a deriváltakra érvényes a következő egyenlet:

$$(20) \quad \frac{dF_a}{dK} = \frac{dF_a}{dn} \frac{dn}{dK}.$$

A (19) egyenlet  $n$  szerinti differenciálásával:

$$(21) \quad \frac{dF_a}{dn} = -\frac{T + BT(1-2n)}{[nT + BTn(1-n)]^2}.$$

A fenti kifejezés nevezője minden esetben pozitív, számlálója pedig  $n \leq 0,5$  esetén (vagyis a gyakorlatilag szóba jövő esetekben) pozitív, következésképp  $dF_a/dn$  mindig negatív. A  $dn/dK$  derivált előállításához nincs szükség az  $n = f(K)$  függvényre, hiszen a deriválási szabályok alapján  $dn/dK = (dK/dn)^{-1}$ . Erre a differenciálhányadosra azonban a továbbiakban nincs is szükség. A fentiek alapján ugyanis  $dF_a/dn$  mindig negatív, a (20) egyenletben szereplő  $dF_a/dK$  előjele mindig ellentétes a  $dn/dK$  derivált előjelével. Kissé matematikusabban fogalmazva: ha érvényes a (20) egyenlet, továbbá  $dF_a/dn < 0$ , akkor

$$(22) \quad \text{sign} \frac{dF_a}{dK} = - \text{sign} \frac{dn}{dK}.$$

Figyelembe véve, hogy a pozitív derivált a növekvő, a negatív a csökkenő függvényekre jellemző, a vizsgált függvénykapcsolatok jellegét tekintve az alábbi eseteket különböztethetjük meg:

1. eset: ha  $dF_a/dK$  pozitív, vagyis az  $F_a = f(K)$  függvény növekvő, akkor  $dn/dK$  negatív, vagyis a  $K = f(n)$  függvény csökkenő jellegű;
2. eset: ha  $dF_a/dK$  negatív, vagyis az  $F_a = f(K)$  függvény csökkenő, akkor  $dn/dK$  pozitív, vagyis a  $K = f(n)$  növekvő jellegű;
3. eset: ha az  $F_a = f(K)$  kapcsolatnak nincs határozott trendje, akkor az  $K = f(n)$  kapcsolatnak sincs.

Az (1) esetnek felelnek meg Heigold (1979), valamint Masac és Landa (1979 és 1981) terepi mérési eredményei.

A (2) eset látszik a legbiztosabb trendnek, ide sorolhatók a saját kísérleteink közül az üveggolyós mérések, Urish (1985) terepi mérési eredményei, üveggolyókkal végzett kísérletsorozatai és főleg modelltalajokkal végzett vizsgálatai. Kwader (1985) terepi mérései szintén ebbe a kategóriákba sorolhatók, valamint Huntley (1986) homokmintákkal végzett laboratóriumi kísérletei. Ugyanide sorolhatók Shackley és Garber (1953) Mississippi-völgyi eredményei is (idézi: Mazac és mtsai, 1985).

A (3) eset bizonytalan trendjét mutatják a saját laboratóriumi vizsgálatok homokmintákkal, Huntley (1986) homogén szemcsés homokokkal végzett laboratóriumi kísérletei, valamint Kelly (1979) (idézi Huntley, 1986) homogén szemcsés, glaciális eredetű mintákkal végzett vizsgálatai.

## 6. Következtetések

Az irodalomból idézett számos terepi és laboratóriumi vizsgálat, valamint saját laboratóriumi méréseink eredményei valószínűsítik a szivárgási tényező és az elektromos formatényező kapcsolatára a következőket:

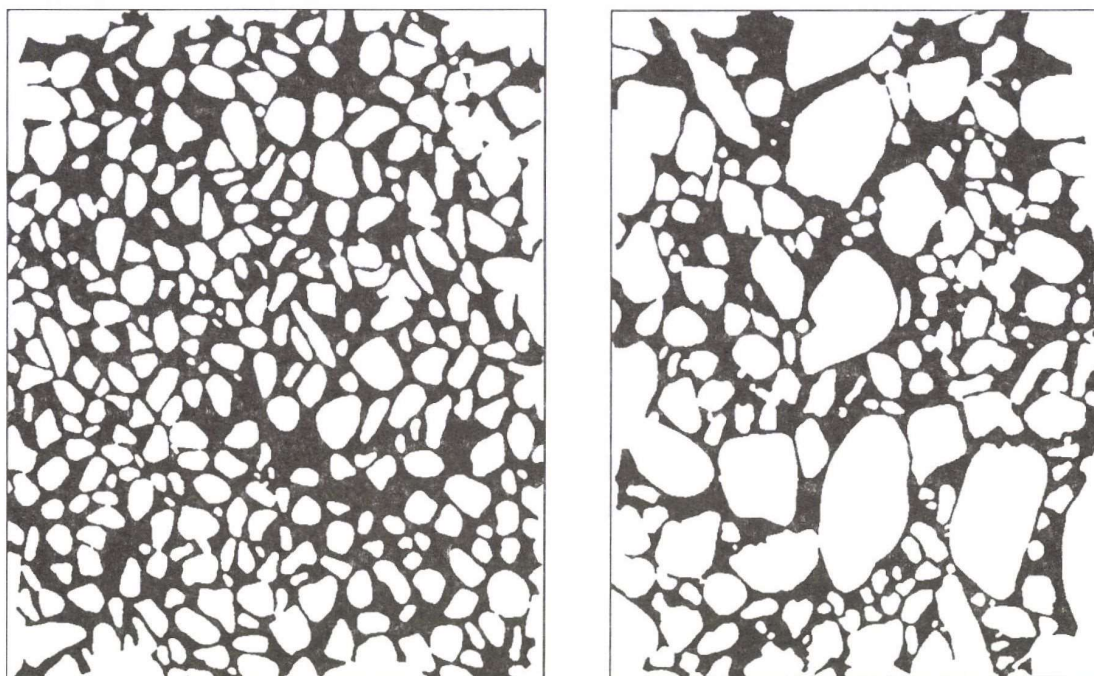
— a  $K = f(F_a)$  kapcsolat nem egyértékű, ráadásul nem is egyirányú: trendje növekvő és csökkenő is lehet;

— következésképp a fenti paraméterek között nem lehet egyszer s mindenkorra érvényes függvénykapcsolatot meghatározni;

— ugyanakkor egységes hidrogeológiai formáción (régión) belül meghatározott kvantitatív kapcsolat nagy megbízhatósággal érvényes a teljes régióban szemcsés anyagú víztartók, sőt egyes esetekben repedezett (karsztos) víztartók esetén is.

Az előző fejezetben a függvénykapcsolatok jellegére bemutatott szabályszerűségek a jelek szerint általános érvényűek; a vizsgált nagyszámú esetben nem találtunk alóluk kivételt. Ezek a szabályszerűségek (a fenti 1—3. eset) a szemcseszerkezetre nézve (szemcsés anyagú víztartók esetén) a következőképpen fordíthatók le:

**1. eset:** a  $K = f(n)$  kapcsolat csökkenő, vagyis a nagyobb szivárgási tényezőkhöz kisebb hézagterfogat tartozik. Ez pl. úgy valósulhat meg, hogy a kevésbé áteresztő rétegek viszonylag homogén finom szemcsékből, a nagyobb áteresztő képességű rétegek durva szemcsékből és a hézagokat kitöltő finom szemcsékből állnak (4. ábra).



4. ábra

Az 1. esetnek megfelelő szemcseszerkezetek

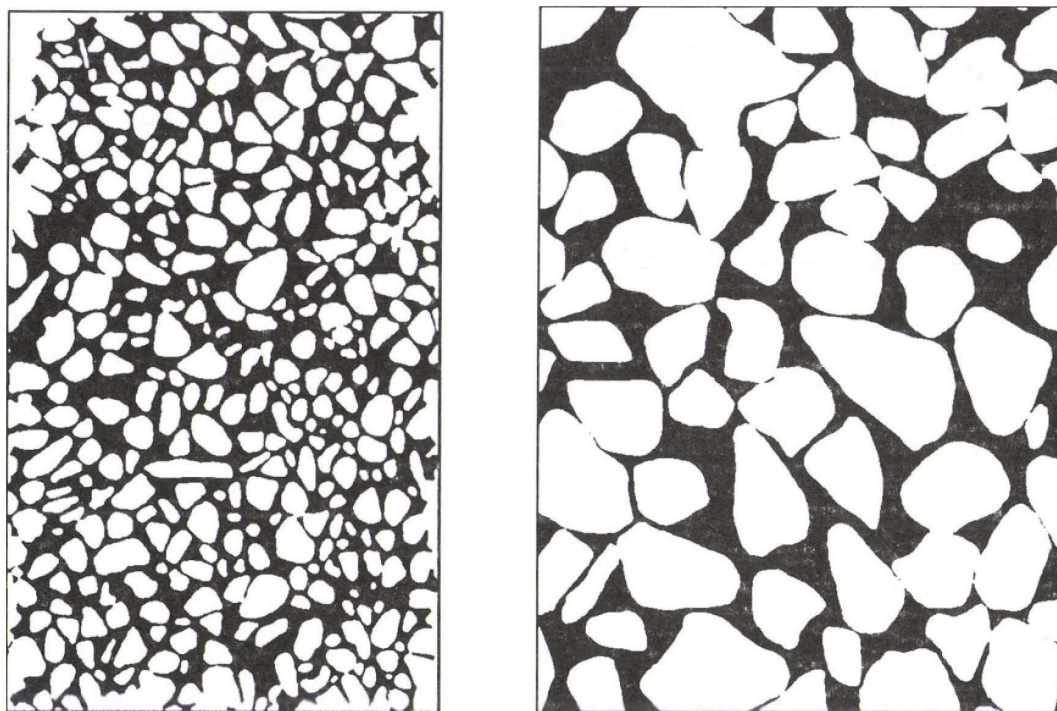
**2. eset:** a  $K = f(n)$  kapcsolat növekvő, vagyis a nagyobb szivárgási tényezőkhöz nagyobb hézagterfogat tartozik. Ez pl. úgy valósulhat meg, hogy a kis áteresztőképességű rétegek durva szemcsékből és az azokat kitöltő finom szemcsékből, az áteresztőbb rétegek pedig durva szemcsékből állnak, amelyek közül a finom szemcsék (pl. áramlás okozta erózió folytán) eltávoztak (5. ábra).

(Megjegyezzük, hogy az utóbbi két ábrán szemléltetett szemcsekonfigurációk általunk korábban speciális eljárással készített homokmintametszetek.)

**3. eset:** nem jellemezhető a fentiekhez hasonló, karakterisztikus szemcseszerkezettel.



Ha tehát terepi mérések alapján rendelkezésre állnak egy adott területre  $F_a$  és  $K$  összetartozó értékei (pl. úgy, hogy  $F_a$  felszíni elektromos szondázás vagy karotázsmérésekből,  $K$  próbaszivattyúzásokból ismert), akkor az  $F_a = f(K)$  függvény tulajdonságai alapján a fenti 1—3. esetnek megfelelően a víztartó rétegek finomszerkezetére következtethetünk.



5. ábra

A 2. esetnek megfelelő szemcseszerkezetek

### Irodalom

- [1] ALGER, R. P. (1966) Interpretation of electric logs in fresh water in unconsolidated formations. 7<sup>th</sup> Annual Logging Symp. Trans. Sec. CC., pp. 1–25.
- [2] ARCHIE, G. E. (1942): The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. Amer. Inst. Min. Eng. Publ., No. 1422, Petroleum Technology, 8 p.
- [3] BEAR, J. (1972): Dynamics of Fluids in Porous Media. American Elsevier, New York.
- [4] CASSIANI, G., MEDINA JR. M. A. (1997): Incorporating auxiliary geophysical data into ground water flow parameter estimation. Ground Water, No. 1, pp. 79–91.
- [5] EVANS, D. G. (1995): Inverting fluid conductivity logs for fracture inflow parameters. Water Resour. Res., No. 12, pp. 2905–2916.

- [6] GÁLFI J., LIEBE P. (1981): Az elektromos fajlagos ellenállás és a szivárgási tényező kapcsolata törmeléken vízáradó kőzetekben. *Vízügyi Közlemények* 4.
- [7] HEIGOLD, P. C., GILKESON, R. H., CARTWRIGHT, K., REED, P. C. (1979): Aquifer transmissivity from surficial electrical method. *Ground Water*. Vol. 17. No. 4. pp. 338–345.
- [8] HUNTLEY, D. (1986): Relations between Permeability and Electrical Resistivity in Granular Aquifers. *Ground Water*, Vol. 24. No. 4.
- [9] KALINSKY, R. J., KELLY, W. E., BOGÁRDI, I. (1993): Combined use of geoelectric sounding and profiling to quantify aquifer protection properties. *Ground Water*. No. 4. pp. 538–544.
- [10] KELLY, W. E. (1977): Geoelectric sounding for estimating aquifer hydraulic conductivity. *Ground Water*. V. 15. No. 6. pp. 420–425.
- [11] KOSINSKY, W. K., KELLY, W. E. (1981): Geoelectric soundings for predicting aquifer properties. *Ground Water*. Vol. 19. No. 2. pp. 163–171.
- [12] KOVÁCS GY. (1972): A szivárgás hidraulikája. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1972.
- [13] KWADER, T. (1985): Estimating Aquifer Permeability from Formation Resistivity Factors. *Ground Water*, Vol. 23. No. 6.
- [14] MASAC, O., LANDA, I. (1979): On determination of hydraulic conductivity and transmissivity of granular aquifers by vertical electrical sounding. *J. Geol. Sci.* Vol. 16. pp. 123–129.
- [15] MASAC, O., KELLY, W. E., LANDA, I. (1985): A Hydrogeophysical Model for Relations Between Electrical and Hydraulic Properties of Aquifers. *Jour. Hydrology*, Vol. 79.
- [16] PFANNKUCH, H. O. (1969): On the Correlation of Electrical Conductivity Properties of Porous Systems with Viscous Flow Transport Coefficients. 1st International Symposium on the Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media, IAHS, Haifa.
- [17] SHAW, D. J. (1980): Bevezetés a kolloid- és felületi kémiába. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- [18] UJFALUDI L. (2000a): Felszín alatti víztartók szivárgási együtthatójának becslése elektromos mérések alapján. *Vízügyi Közlemények* 2000/2.
- [19] UJFALUDI L. (2000b): Formation factor vs. hydraulic conductivity. Interpretation of trends and conditions of field application. *Proc. Int. Conf. Groundwater 2000*. Copenhagen, Denmark.
- [20] URISH, D. W. (1985): Electrical Resistivity — Hydraulic Conductivity Relationships in Glacial Outwash Aquifers. *Water Resour. Res.* Vol. 17. No. 5.